



TECHNISCHE UNIVERSITÄT  
CHEMNITZ



Professur  
Betriebssysteme

## 2. Übung

# Verlässliche Systeme

Jafar Akhundov

### Aufgabe 1

Theoretische Fragen:

- Was ist eine Zufallsvariable. Definieren die ihren Definitions- und Wertebereich.
- Was ist eine Verteilungsfunktion?
- Definieren Sie die Dichtefunktion für den diskreten und kontinuierlichen Fall. Was sind die entsprechende Eigenschaften?
- Definieren Sie den Mittelwert einer Zufallsvariable.
- Definieren Sie die Varianz einer Zufallsvariable.
- Geben Sie Beispiele zu der exponentialen, Poisson und Gausschen Verteilungen.

### Aufgabe 2

Betrachten wir nochmal den Experiment mit dem dreimaligen Münzenwurf. Es sei  $X$  die Zufallsvariable die die Anzahl der Köpfe angibt. Angenommen, dass die Würfe unabhängig sind und dass die Wahrscheinlichkeit von einem Kopf  $p$  ist

- Was ist der Wertebereich von  $X$ ?
- Finden Sie die Wahrscheinlichkeiten  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$ ,  $P(X = 3)$ .
- Skizzieren Sie die  $F_X(x)$ .

### Aufgabe 3

Betrachten wir eine Folge von Bernoulli-Experimente mit der Wahrscheinlichkeit des Erfolges  $p$ . Die Folge wird bis zum ersten Erfolg beobachtet. Die Zufallsvariable  $X$  bestimme die Experimentennummer von dem ersten Erfolg.

- Was ist die Wahrscheinlichkeitsfunktion von  $X$   $p_X(x)$ ?

- b) Zeigen Sie, dass  $p_X(x)$  die Eigenschaft  $\sum_k p_X(x_k) = 1$  erfüllt.  
c) Finden Sie die  $F_X(x)$  von  $X$ .

#### **Aufgabe 4**

Bestimmen Sie den Mittelwert und die Varianz von dem Experiment mit dem Wurf eines Spielwürfels.

#### **Aufgabe 5**

Die Anzahl der Telefonanrufe in einem 10-minütigen Zeitintervall (repräsentiert mit der Zufallsvariable  $X$ ) sei ein Poisson-Prozess mit dem Parameter  $\lambda = 2$ .

- a) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als drei Anrufe in so einem Intervall ankommen.  
b) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keine Anrufe in so einem Intervall ankommen.

#### **Aufgabe 6**

Die Länge von einem Anruf in Minuten ist eine exponentielle Zufallsvariable  $X$  mit Parameter  $\lambda = 0.1$ . Wenn jemand den Hörer genau vor Ihnen abnimmt, was ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie

- a) weniger als 5 Minuten warten müssen.  
b) zwischen 5 und 10 Minuten warten müssen.

#### **Aufgabe 7**

In einem Produktionsprozess werden die 1000-Ohm Resistoren mit 10 Prozent Toleranz gebaut. Die Zufallsvariable  $X$  repräsentiert den Widerstand von einem Resistor. Angenommen, dass  $X$  normal verteilt ist, finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig gewählter Resistor verworfen wird.

## **Literatur**

- [1] Ronald Meester - A Natural Introduction to Probability Theory. 2008 Birkhäuser Verlag.  
[2] Hwei Hsu - Theory and Problems of Probability, Random Variables, and Random Processes. Schaum's Outline Series