TECHNISCHE UNIVERSITÄT CHEMNITZ

Professur Betriebssysteme

1. Übung

Verlässliche Systeme

Jafar Akhundov

Aufgabe 1

Theoretische Fragen:

a) Was ist ein Experiment?

b) Was ist ein Ereignisraum?

c) Was ist ein Ereignis?

d) Was ist ein elementares/sicheres/unmögliches/zufälliges Ereignis?

e) Was ist die Laplassche Definition der Wahrscheinlichkeit?

f) Was ist der Unterschied zwischen den unabhängigen und wechselseitig ausschließenden Ereignissen?

Aufgabe 2

Betrachten wir ein Experiment mit drei konsekutiven Münzenwürfe:

a) Was ist ein Ereignisraum S_1 von dem Experimentergebnis?

b) Was ist die Wahrscheinlichkeit der elementaren Ereignissen? Nennen Sie hierzu zwei Berechnungsmethoden. Was sind die notwendigen Bedingungen für jede Methode?

c) Konstruieren Sie den Ereignisraum S_2 der die Anzahl der Vorkommen der Rückseite der Münze.

d) Geben Sie ein nichtelementares Ereignis und berechnen Sie seine Wahrscheinlichkeit.

e) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens in Kopf in dem S_1 vorkommt, unter der Annahme, dass das Ereignis aus der letzten Frage passiert ist.

f) Nennen Sie 2 sich gegenseiting ausschliessende Ereignisse im S_2.

Aufgabe 3

Es gibt n Personen im Raum.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 2 personen haben dasselbe Geburtsdatum.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für $n = 50$.

c) Wie groß muss n sein, damit diese Wahrscheinlichkeit höher als 0.5 ist?

Aufgabe 4

Es werden 5 Personen aus einer Gruppe von 5 Männer und 10 Frauen zufällig gewählt.

a) Berechnen Sie di Wahrscheinlichkeit, dass die neue Gruppe aus 2 Männer und 3 Frauen besteht.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die neue Gruppe nur aus Frauen besteht.

Aufgabe 5

Gegeben seien 4 Mathe-Bücher, 5 Sprachen-Bücher und 2 Kunst-Bücher. Wenn diese zufällig auf ein Regal gestellt werden, was ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Bücher nach ihren Fächer sortiert sind? Die Ordnung von Disziplinen ist beliebig.

Aufgabe 6

Es sei eine Population von Menschen gegeben, unter denen die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person eine bestimmte Krankheit hat, 1/100 ist. Es gibt einen Test für diese Krankheit, der in 90% Fällen korrekt ist. Jetzt hat eine Person ein positives Ergebnis in diesem Test. Normalerweise denkt man sich "Ich bin jetzt mit einem 90%-akkuraten Test getestet, d.h. ich bin mit 0.9 Wahrscheinlichkeit krank". Das ist aber FALSCH. In der Realität, es wird nach der bedingten Wahrscheinlichkeit gefragt, dass die Person krank ist unter der Annahme, dass sie positiv getestet wurde. Im Gegensatz dazu, gegeben ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Test positiv ist, wenn die Person krank ist. $P(A|B) \neq P(B|A)$!!! Was wäre dann die korrekte Denkweise?

Literatur

[1] Ronald Meester - A Natural Introduction to Probability Theory. 2008 Birkhäuser Verlag.

[2] Hwei Hsu - Theory and Problems of Probability, Random Variables, and Random Processes. Schaum's Outline Series