

1. Übung

Algorithmen & Programmierung

J. Akhundov

J. Pönisch

M. Reißner

M. Richter

Ziel der Übung ist es, das Formulieren von Algorithmen zu üben. Dazu sollen für eine Reihe von Problemstellungen Lösungsalgorithmen beschrieben werden. Es kommt dabei zunächst nur auf das Erkennen und Beschreiben verschiedener Lösungsansätze an. Sie müssen sich noch keine Gedanken über die konkrete Implementierung machen.

Rekapitulieren Sie zur Vorbereitung die Bedeutung der Begriffe „Algorithmus“, „Finitheit“, „Definiertheit“, „Ausführbarkeit“, „Terminiertheit“, „Determinismus“, „Determiniertheit“. Untersuchen Sie Ihre Lösungsansätze für die folgenden Aufgaben auf diese Eigenschaften.

Aufgabe 1

Eine natürliche Zahl $p > 1$ ist genau dann eine Primzahl, wenn sie von keiner der natürlichen Zahlen $2, \dots, p - 1$ geteilt wird. Beschreiben Sie einen einfachen Algorithmus, der feststellt, ob p eine Primzahl ist oder nicht.

Aufgabe 2

Sie wollen im Lexikon¹ die Bedeutung des Begriffs „Dihydrogenmonoxid“ nachschlagen. Beschreiben Sie ihr Vorgehen algorithmisch.

Aufgabe 3

Ein Geldautomat soll den Betrag X auszahlen. Es stehen dafür die gewöhnlichen Banknoten im Wert von 5 € bis 500 € zur Verfügung.²

Beschreiben Sie einen Algorithmus, der eine Stückelung der Banknoten berechnet, die dem gegebenen Betrag X entspricht. Die Stückelung soll durch so wenig Banknoten wie möglich realisiert werden.

a) Der Vorrat an Geldscheinen ist für jede Sorte hinreichend groß.

¹Damit ist ein Buch gemeint und nicht die Wikipedia.

²Der Betrag X ist ein Vielfaches von 5 € und somit prinzipiell auszahlbar.

- b) Der Vorrat an Geldscheinen ist begrenzt. Die Zahlen $N_{5\text{€}}, \dots, N_{500\text{€}}$ geben den Vorrat für jede Sorte an. Bedenken Sie, dass ein Betrag nicht auszahlbar sein kann, obwohl genug Geld vorrätig ist (15 € sind nicht auszahlbar, wenn nur noch 10 €-Scheine übrig sind).

Aufgabe 4

Einer der ältesten, nichttrivialen Algorithmen ist der EUKLIDISCHE Algorithmus zur Bestimmung des größten gemeinsamen Teilers zweier natürlicher Zahlen. Beschreiben Sie diesen Algorithmus verbal und entwickeln Sie ein Schema, mit dem Sie diesen einfach auf Papier ausführen können.

Bestimmen Sie den g.g.T. von

- (i) 36 und 60, (ii) 120 und 160, (iii) 34 und 55.

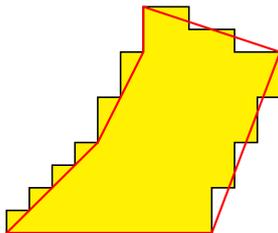
Wie erkennen wir, ob zwei Zahlen teilerfremd sind? Wie berechnet man mit dem EUKLIDISCHEN Algorithmus das kleinste gemeinsame Vielfache zweier Zahlen?

Aufgabe 5

Wie kann man den Funktionswert eines Polynoms für einen konkreten Wert eines Arguments berechnen? Wie viele Additionen und Multiplikationen sind erforderlich? Geht das auch mit weniger Operationen, wenn wir geschickt Klammern setzen? Geben Sie den Algorithmus für die Rechnung auf Papier an.

Aufgabe 6

Wenn man die Konturen von Rasterbildern bestimmt, entsteht ein Polygonzug aus sehr kurzen Linienstücken mit vielen Zacken.



Für die weitere Arbeit ist es sinnvoll, diese kurzen Linienstücke durch möglichst wenige längere Linien zu ersetzen, wobei der maximale Fehler, also der Abstand zwischen der originalen und der neuen Linie, kleiner als ein vorgegebener Wert ϵ sein soll. Wie kann man vorgehen?